

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi có 01 trang, 06 câu)

$$1+2+2+2=7$$

Câu 1. (2,00 điểm)

a) Cho biểu thức $P = \frac{x+1}{\sqrt{x}} + \frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} + \frac{x^2-x\sqrt{x}+\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-x\sqrt{x}}$, với $x > 0, x \neq 1$.

Rút gọn biểu thức P . Tìm tất cả các giá trị thực của x để biểu thức $B = \frac{9}{P}$ nhận giá trị nguyên? $\times$

b) Cho a và b là các số thực thỏa mãn các điều kiện sau:

$$2a^2 + 6a + 3 = 0; 3b^2 + 6b + 2 = 0; ab \neq 1.$$

Không tính các giá trị của a và b , hãy tính giá trị của biểu thức $P = \frac{6075b^3}{20ab^2 + (ab+1)^3}$.

Câu 2. (3,00 điểm)

a) Giải phương trình: $x + \sqrt{3x^2 + 5x + 2} = \sqrt{3x + 2} + 2\sqrt{x + 1}$. $\times$

b) Cho đa thức $P(x) = x^2 + bx + c$ có hai nghiệm nguyên. Biết rằng $|c| \leq 4$ và $|P(4)|$ là số nguyên tố. Xác định các hệ số b và c của đa thức $P(x)$.

$\times$ **Câu 3. (1,00 điểm)** Cho tam giác ABC vuông cân tại A có độ dài $BC = a$. Điểm D di động trên tia đối của tia AC sao cho $0^\circ < \widehat{ABD} < 45^\circ$. Gọi E là hình chiếu vuông góc của D trên đường thẳng BC , H là giao điểm của hai đường thẳng DE và AB , F là giao điểm của hai đường thẳng CH và DB .

a) Chứng minh rằng $HF \cdot HC = HE \cdot HD$.

b) Xác định vị trí của điểm D trên tia đối của tia AC sao cho $HF \cdot HC$ có giá trị lớn nhất.

Câu 4. (2,00 điểm) Cho đoạn thẳng AB có độ dài $AB = 2a$, O là trung điểm của AB . Trên nửa đường tròn $(O; OA)$ lấy hai điểm C, D sao cho $\widehat{COD} = 60^\circ$ và C thuộc cung AD (C khác A và D khác B). Đường thẳng AD cắt đường thẳng BC tại E , hai đường thẳng AC và BD cắt nhau tại F .

a) Chứng minh rằng $AE \cdot AD + BE \cdot BC = 4a^2$. $\times$

b) Đường tròn ngoại tiếp tam giác COD cắt đoạn thẳng EF và đoạn thẳng AB lần lượt tại I và H (H khác O). Chứng minh rằng ba điểm F, I, H thẳng hàng.

c) Gọi K là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác COD . Chứng minh rằng FK là phân giác của góc $\widehat{AFB}$.

Câu 5. (1,00 điểm) Cho các số nguyên a, b, c, d thỏa mãn $a^3 + 64b^3 - 2024c^3 + 2026d^3 = 0$.

Chứng minh rằng $(a + b + c + d)^2$ chia hết cho 9.

Câu 6. (1,00 điểm) Cho hai số thực x, y thỏa mãn $0 < x < y \leq 13$ và $2xy \leq 13x + 9y$.

Chứng minh rằng $x^2 + y^2 \leq 250$.

-----HẾT-----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

Chữ ký của giám thị 1:.....; Chữ ký của giám thị 2:.....