

Câu 1 (2,0 điểm).

a) Cho  $a, b, c$  là các số thực khác 0 thỏa mãn  $ab^2 + bc^2 + ca^2 = abc$ . Tính giá trị của biểu thức  $P = \frac{a}{b}(c+a) + \frac{b}{c}(a+b) + \frac{c}{a}(b+c)$ .

b) Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} (3xy - 2)^2 + 4x^2 = 5y^2 \\ 2x^2 - 3xy^2 = y(y - 2) \end{cases}$$

Câu 2 (2,0 điểm).

a) Cho phương trình  $x^2 - 6mx + 18m - 9 = 0$  (1) ( $m$  là tham số). Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn:

$$(x_1^2 - 4mx_1 + 18m - 6)(2mx_2 + 3) = 2m + 9.$$

b) Cho các số thực  $a, b, c$  thỏa mãn  $a + b + c = 4$  và  $0 \leq a, b, c \leq 3$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = 2a^2 + b^2 + 3c^2 - 2b - 13c$ .

Câu 3 (1,5 điểm).

a) Tìm tất cả các số nguyên  $m$  để  $A = m^3 + 6m^2 + 11m + 6$  là một số chính phương.

b) Tìm tất cả các cặp số nguyên dương  $(x, y)$  thỏa mãn  $x + y^2 + 1$  chia hết cho  $xy$ .

Câu 4 (3,0 điểm). Cho tam giác  $ABC$  ( $AB < AC$ ) nhọn, không cân và có các đường cao  $AD, BE, CF$  cắt nhau tại trực tâm  $H$ . Gọi  $M, N, I$  tương ứng là trung điểm của các đoạn thẳng  $BC, EF, AH$ . Các đường thẳng  $AH, BC$  theo thứ tự cắt đường thẳng  $EF$  tại  $J, S$ .

a) Chứng minh rằng  $SB \cdot SC = SE \cdot SF = SJ \cdot SN$ .

b) Chứng minh rằng  $J$  là trực tâm của tam giác  $IBC$ .

c) Gọi  $P$  là điểm đối xứng của  $N$  qua  $BC$ . Chứng minh rằng  $\widehat{BIP} = \widehat{CIM}$ .

Câu 5 (1,5 điểm). Cho đa giác đều  $(H)$  có 2026 đỉnh.

a) Có bao nhiêu tam giác vuông mà các đỉnh là đỉnh của đa giác  $(H)$ ?

b) Tại mỗi đỉnh của đa giác  $(H)$ , người ta viết một số nguyên dương không vượt quá 1012.

Chứng minh rằng tồn tại bốn đỉnh  $A, B, C, D$  của đa giác  $(H)$ , sao cho  $ABCD$  là một hình chữ nhật và  $a + b = c + d$  trong đó  $a, b, c, d$  tương ứng là các số được viết tại các đỉnh  $A, B, C, D$ .

HẾT

Họ và tên thí sinh: Nguyễn Minh Quốc Số báo danh: 0930110

Họ và tên, chữ ký: Giám thị thứ nhất: Trần Văn Dũng

Giám thị thứ hai: Lê Thị Ngọc