

ĐỀ CHÍNH THỨC

Dành cho thí sinh dự thi vào lớp chuyên Toán
Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian phát đề

Câu I (2,0 điểm)

Cho biểu thức $M = \left(\frac{1}{x-4} + \frac{3\sqrt{x}+10}{x\sqrt{x}-2x-4\sqrt{x}+8} \right) \left(\frac{x+4\sqrt{x}+4}{4\sqrt{x}} - 2 \right)$.

- 1) Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức M .
- 2) Đặt $N = M \cdot (9x - 2\sqrt{x} + 4)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức N .

Câu II (2,0 điểm)

- 1) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): y = x + m$ và parabol $(P): y = 2x^2$. Tìm tất cả giá trị của tham số m sao cho đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ thỏa mãn $(2x_1^2 - x_2 - m)^2 + (2x_2^2 - x_1 - m)^2 = 4$.

2) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^3 + x^2 - xy^2 = 2\sqrt{(x-y^2)^3} \\ 56x^2 + 20(x^2 - y^2) = \sqrt[3]{4x(8x+1)} - 2 \end{cases}$$

Câu III (2,0 điểm)

- 1) Tìm tất cả nghiệm nguyên $(x; y)$ của phương trình

$$(x^2 + 3)y^2 - (x - 2y)(x + 2y + 1) = 25x + 2y + 169.$$

- 2) Một thùng có 40 quả bóng có kích thước và khối lượng như nhau, trong đó có một số quả bóng màu đỏ, một số quả bóng màu xanh, còn lại là những quả bóng màu khác. Lấy ngẫu nhiên một quả bóng trong thùng. Xác suất để lấy được quả bóng màu đỏ là $\frac{3}{10}$, xác suất để lấy được quả bóng màu xanh là $\frac{3}{8}$. Tìm số quả bóng có màu khác màu đỏ và màu xanh.

Câu IV (1,0 điểm)

Cho hình chữ nhật $ABCD$, có $AB = 9\text{ cm}$, $BC = 6\text{ cm}$. Gọi K là trung điểm của AD . Trên cạnh AB lấy điểm H sao cho $AH = 2\text{ cm}$. Tính $\cos \widehat{HCK}$.

Câu V (2 điểm)

Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm I cố định nằm trên đường tròn $(O; R)$. Gọi A, B là các giao điểm của hai đường tròn $(O; R)$ và $(I; R)$, P là điểm thay đổi trên cung nhỏ AB của đường tròn $(I; R)$. Đường thẳng qua P và vuông góc với IP cắt đường tròn $(O; R)$ tại M, N . Kẻ PH vuông góc với IM tại H , PK vuông góc với IN tại K .

- 1) Chứng minh rằng bốn điểm I, H, P, K cùng thuộc một đường tròn và HK vuông góc với OI .
- 2) Khi P thay đổi trên cung nhỏ AB của đường tròn $(I; R)$, tìm giá trị lớn nhất của diện tích tam giác IHK .

Câu VI (1,0 điểm)

Cho các số thực dương x, y, z . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{\sqrt{2x^2 + 2xy + y^2}}{x + 2y} + \frac{\sqrt{2y^2 + 2yz + z^2}}{y + 2z} + \frac{\sqrt{2z^2 + 2zx + x^2}}{z + 2x}.$$

-----HẾT-----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: Phòng thi số:
Số báo danh: Chữ ký của Cán bộ coi thi: 