

Câu 1 (2,0 điểm).

a) Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn $\frac{2x+y}{3} = \frac{2y+z}{4} = \frac{2z+x}{5}$. Chứng minh $x+y=4z$.

b) Cho a, b là các số thực dương khác nhau thỏa mãn $a-b = \sqrt{2025-b^2} - \sqrt{2025-a^2}$. Tính giá trị biểu thức $A = a^2 + b^2$.

Câu 2 (2,0 điểm).

a) Cho p là một số nguyên tố; a, b là các số nguyên dương thỏa mãn $\frac{p}{a} + \frac{p}{b} = 1$ và $a+b$ chia hết cho p . Chứng minh $\frac{a+b}{p} = 4$.

b) Chứng minh rằng tồn tại số nguyên dương $n \geq 100$ sao cho $2^n + 3^n + 6^n - 1$ chia hết cho 2026.

Câu 3 (2,0 điểm).

a) Giải phương trình $\sqrt{x+1} + \sqrt{4-x} = \sqrt{9+2x}$.

b) Tìm tất cả các giá trị m nguyên để phương trình $x^2 - 2(m-3)x + m^2 - 4m - 6 = 0$ (m là tham số) có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho $P = \frac{x_1^2 + x_2^2 - 4}{x_1 + x_2}$ nhận giá trị nguyên.

Câu 4 (3,0 điểm). Cho đường tròn $(O; R)$ và đường thẳng d cố định, d và (O) không có điểm chung.

Điểm M di động trên d . Vẽ hai tiếp tuyến MA, MB với (O) (A, B là các tiếp điểm), đoạn thẳng MO cắt AB tại H . Đường thẳng a đi qua M cắt (O) tại C, D ($MC < MD$).

a) Chứng minh $MH \cdot MO = MC \cdot MD$.

b) Chứng minh điểm H luôn nằm trên một đường tròn cố định khi M di động trên d .

c) Vẽ đường thẳng b (khác a) đi qua M , cắt (O) tại E, F ($ME < MF$). Chứng minh rằng DE, CF, AB đồng quy.

Câu 5 (1,0 điểm). An có 10 hộp đựng bi, mỗi hộp có 3 viên bi. Các viên bi được tô bởi một trong 5 màu: xanh, đỏ, tím, vàng, nâu; sao cho các viên bi trong cùng hộp có màu khác nhau và không có 2 hộp nào có 3 màu bi tương ứng giống nhau.

An nói rằng mình muốn lấy ra từ mỗi hộp 1 viên bi. Bình nghe thấy thế khẳng định: Sau khi An lấy bi, chắc chắn sau đó sẽ có 2 hộp bi mà 2 viên bi còn lại trong mỗi hộp có màu tương ứng giống nhau. Theo em, Bình nói đúng hay sai? Em hãy giải thích khẳng định của mình.

Hết.....

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.