

Câu 1. (2,0 điểm)

a) Cho các số thực a, b ($a \neq -2, b \neq -2$), thỏa mãn $ab + a + b = 0$.

Tính giá trị biểu thức $A = \frac{(a+1)^2}{a^2 + 2a + b + 2} + \frac{(b+1)^2}{b^2 + 2b + a + 2}$.

b) Thầy giáo có 12 câu hỏi khác nhau dùng để kiểm tra vấn đáp, trong đó có 5 câu hỏi ở mức độ nhận biết, 4 câu hỏi ở mức độ thông hiểu và 3 câu hỏi ở mức độ vận dụng. Một học sinh được chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 câu hỏi trong số 12 câu hỏi trên để thực hiện kiểm tra. Tính xác suất để 2 câu hỏi học sinh đó chọn được thuộc hai mức độ khác nhau.

Câu 2. (2,0 điểm)

a) Giải phương trình $x^2 + x\sqrt{x^2 - 5x - 2} = -1$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} xy^2 + x^2 - y^3 - yx + y^2 + x = 0 \\ \sqrt{8x - y^2} = 3y - 2x - 6. \end{cases}$

Câu 3. (2,0 điểm)

a) Tìm các số tự nhiên x, y thỏa mãn $y^3 + 3y^2 + 3y + x^2 - 6x = 23$.

b) Tìm các số nguyên tố p, q với $p < q$ thỏa mãn số $A = 2(p^2 + 1)(5q^2 + 29)$ có thể viết được dưới dạng tích của từ hai số nguyên liên tiếp trở lên.

Câu 4. (3,5 điểm) Cho đường tròn (O) , đường kính BC (điểm O là tâm của đường tròn). Điểm A thay đổi thuộc đường tròn (O) sao cho $AB \leq AC$ và A khác B . Điểm H là hình chiếu vuông góc của A trên đường thẳng BC . Điểm D là điểm đối xứng với H qua C , điểm E là điểm đối xứng với H qua A . Tiếp tuyến tại A của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABD cắt các đường thẳng EB, ED lần lượt tại M và N .

a) Chứng minh A là trực tâm tam giác BED .

b) Chứng minh M thuộc đường tròn (O) .

c) Khi điểm A thay đổi và thỏa mãn các giả thiết của bài toán, tìm vị trí điểm A để $AM \cdot AN$ lớn nhất.

Câu 5. (0,5 điểm) Bạn Bình có 18 thẻ gỗ, mỗi thẻ được đánh một số bất kì từ 1 đến 2526 (mỗi số trên mỗi thẻ là một số tự nhiên). Chứng minh rằng bạn Bình có thể chọn ra 3 thẻ sao cho ba số trên 3 thẻ đó là độ dài ba cạnh của một tam giác.

..... Hết

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.