ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

Đề chính thức

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN KHTN NĂM 2025

MÔN THI: TOÁN (VÒNG 1)

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu I. (3,5 điểm)

1) Giải phương trình

$$x+2\sqrt{(x+1)(x+6)}+2\sqrt{x+1}=2+2\sqrt{x+6}.$$

2) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2+6y^2+7xy+x+6y=21, \\ 21\left(22-5y^2-5xy+x-4y\right)=27(x+6y). \end{cases}$$

Câu II. (2,5 điểm)

1) Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn

$$y+\frac{1}{y}=\frac{x^4+6x^2+1}{2x\left(x^2+1\right)}.$$

2) Với a,b,c là các số thực dương thỏa mãn $a+b+c=\frac{3}{2}$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$M=\frac{\sqrt[3]{a}}{(2-a)^2(a+2b)}+\frac{\sqrt[3]{b}}{(2-b)^2(b+2c)}+\frac{\sqrt[3]{c}}{(2-c)^2(c+2a)}.$$

Câu III. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn, không cân. Trên các cạnh CA, AB lần lượt lấy các điểm E,F (không trùng các đỉnh tam giác) sao cho $AE=AF$. Trên đường thẳng EF lấy các điểm M,N sao cho CM vuông góc CA, BN vuông góc BA. K là giao điểm của BN và CM.

1) Chứng minh rằng $KM=KN$.

2) Dựng các hình bình hành $ANQF$ và $AMRE$. Chứng minh rằng $\widehat{NQK}=\widehat{MRK}$.

3) Gọi L,J lần lượt là hình chiếu vuông góc của M,N lên đường thẳng BC, S là giao điểm của JF và LE, T là điểm đối xứng với S qua EF. Chứng minh rằng A,T,K thẳng hàng.

Câu IV. (1,0 điểm)

Tìm số nguyên dương k nhỏ nhất sao cho với mọi cách sắp xếp 99 điểm màu đỏ và 100 điểm màu xanh trên mặt phẳng (không có 3 điểm nào thẳng hàng), ta luôn vẽ được k đường thẳng, mỗi đường thẳng không đi qua điểm nào trong các điểm trên và các đường thẳng đó chia mặt phẳng thành các miền mà trong mỗi miền không có 2 điểm khác màu.

---HẾT---

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

Đề chính thức

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN KHTN NĂM 2025

MÔN THI: TOÁN (VÒNG 2)

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu I. (3,5 điểm)

1) Giải phương trình

$$\sqrt[4]{x+1}+\sqrt[4]{3x^2-2x+1}=\sqrt[4]{2x^2-x+1}+\sqrt[4]{x^2+1},$$

trong đó với a là số thực không âm thì $\sqrt[4]{a}=\sqrt{\sqrt{a}}$.

2) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x+y+xy=3, \\ 1+12(x+y)=7y^3+6xy(y+3-xy). \end{cases}$$

Câu II. (2,5 điểm)

1) Tìm tất cả các cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn

$$25^y+\left(4^x+1\right)\left(4x^2+3x+3\right)=\left(4^x+4x^2+3x+4\right)5^y.$$

2) Cho các số thực x,y,z thỏa mãn $1<x,y,z<2$. Chứng minh rằng

$$\left(\frac{x^3}{y^3}+\frac{y^3}{z^3}+\frac{z^3}{x^3}\right)\left(\frac{x^3}{x^3+8z^3}+\frac{y^3}{y^3+8x^3}+\frac{z^3}{z^3+8y^3}\right)\geq\frac{3xy}{z^2+8xy}+\frac{3yz}{x^2+8yz}+\frac{3zx}{y^2+8zx}.$$

Câu III. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC cân tại A có O là trung điểm BC và $\widehat{BAC}<90^\circ$. Xét đường tròn (O) tiếp xúc các cạnh CA, AB theo thứ tự tại R, Q. Trên các cạnh CA, AB lần lượt lấy E, F (không trùng các đỉnh tam giác) sao cho EF tiếp xúc (O) tại P và EF không song song BC. Gọi H, K lần lượt là trực tâm các tam giác OFB, OEC. Gọi giao điểm của FH, EK với BC lần lượt là M, N.

1) Chứng minh rằng hai tam giác OHM, OKN đồng dạng và $\dfrac{OK}{OH}=\dfrac{AE}{AF}$.

2) Dựng điểm G sao cho $OHGK$ là hình bình hành. Chứng minh rằng O, G, P thẳng hàng.

3) Lấy S, T lần lượt đối xứng với Q, R qua BC. Giả sử X là giao điểm của SF và TE, D là giao điểm của BS và CT. Chứng minh rằng AX song song với PD.

Câu IV. (1,0 điểm)

Một tập M các số thực phân biệt được gọi là tập đặc biệt nếu nó có những tính chất sau:

i) với mỗi $x, y\in M$, $x\neq y$ thì $xy\neq 0, x+y\neq 0$ và đúng một trong hai số $xy, x+y$ là số hữu tỷ;

ii) với mỗi $x\in M$ thì x^2 là số vô tỷ.

Hãy tìm số phần tử lớn nhất có thể có của tập đặc biệt.

---HẾT---

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm